b) $A'=r_{(C,\frac{\pi}{3})}(B)\Leftrightarrow\begin{cases}CA'=CB\\(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA'}})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}|a'-c|=|b-c|\\Ag(\frac{a'-c}{b-c})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|\frac{a'-c}{b-c}\right|=1\\Ag(\frac{a'-c}{b-c})\equiv\frac{\pi}{3}(2\pi)\end{cases}\Leftrightarrow\frac{a'-c}{b-c}=e^{i\frac{\pi}{3}}\Leftrightarrow a'-c=e^{i\frac{\pi}{3}}(b-c)$$

$$\Leftrightarrow a'=e^{i\frac{\pi}{3}}(b-c)+c\Leftrightarrow a'=e^{i\frac{\pi}{3}}(6e^{2i\frac{\pi}{3}}-8e^{-2i\frac{\pi}{3}})+8e^{-2i\frac{\pi}{3}}\Leftrightarrow a'=e^{i\pi}-8e^{-i\frac{\pi}{3}}+8e^{-2i\frac{\pi}{3}}$$

$$\Leftrightarrow a'=-6+8(e^{-2i\frac{\pi}{3}}-e^{-i\frac{\pi}{3}})=-6+8[\frac{-1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}]=-14$$

De même :

$$*r_{(A,\frac{\pi}{3})}(C)=B'$$

$$\Rightarrow b'=e^{i\frac{\pi}{3}}(c-a)+a$$

$$\Rightarrow b'=e^{i\frac{\pi}{3}}(8e^{-2i\frac{\pi}{3}}-8)+8$$

$$\Rightarrow b'=8(1-i\sqrt{3})$$

$$*r_{(B,\frac{\pi}{3})}(A)=C'$$

$$\Rightarrow C'=e^{i\frac{\pi}{3}}(a-b)+b$$

$$\Rightarrow C'=7(1+i\sqrt{3})$$

c) $*\ \frac{c'}{c}=\frac{7(1+i\sqrt{3})}{8e^{-2i\frac{\pi}{3}}}=\frac{14e^{i\frac{\pi}{3}}}{8e^{-2i\frac{\pi}{3}}}=\frac{7}{4}e^{i\pi}=\frac{-7}{4}\Rightarrow\frac{c'}{c}\in\mathbb{R}\Rightarrow$ O,C et C' alignés

$*\ \frac{a'}{a}=\frac{-14}{8}\in\mathbb{R}\Rightarrow$ O,A et A' alignés

$*\ \frac{b'}{b}=\frac{8(1-i\sqrt{3})}{6e^{2i\frac{\pi}{3}}}=\frac{16e^{-i\frac{\pi}{3}}}{6e^{2i\frac{\pi}{3}}}=\frac{8}{3}e^{-i\pi}=\frac{-8}{3}\in\mathbb{R}\Rightarrow$ O,B et B' alignés

D'où (AA'),(BB') et (CC') sont concourantes en O

2) a) $OA+OB+OC=|a|+|b|+|c|=8+6+8=22$

b) $1+J+J^2=1+e^{2i\frac{\pi}{3}}+e^{4i\frac{\pi}{3}}=1-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

3) a)

$$|(a-z)+(b-z)j^2+(c-z)j|=|(a+bj^2+cj)-\underbrace{(1+j+j^2)}_{0}z|=|a+bj^2+cj|$$

$$=|8+6e^{2i\frac{\pi}{3}}e^{4i\frac{\pi}{3}}+8e^{-2i\frac{\pi}{3}}e^{2i\frac{\pi}{3}}|=|8+6e^{2i\pi}+8e^{2i0}|=|8+6+8|=22$$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn